

Barem de corectare CMAA 2023 Clasa a XI-a - Filiera tehnologică

P1

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 40 & 5 \\ 35 & 2 \\ 25 & 3 \\ 20 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1450 \\ 1150 \\ 900 \\ 800 \end{pmatrix}$	7p
--	----

P2

a) A, B, P coliniare $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x_p + y_p - 1 = 0 \Rightarrow x_p^2 + 2x_p = 0$	2p
$\left. \begin{matrix} x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow P_1(0;1), P_2(-2;-1)$	1p
b) $A_{\Delta PBC} = \frac{ \Delta }{2}$, unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_p & y_p & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = y_p - 4x_p + 2$	1p
Dar $y_p = x_p^2 + 3x_p + 1$, deci $\Delta = x_p^2 - x_p + 3$; minimul ariei este atins în vârful parabolei definită de Δ .	2p
$P\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{4}\right)$	1p

P3

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 6} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 6}{\sqrt{x^2 + 2x + 6} + x} = 1$ Ecuția asimptotei orizontale spre ∞ la graficul funcției f este $y = 1$.	1p
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 6} - x) = \infty \Rightarrow$ nu există asimptotă orizontală spre $-\infty$ la graficul funcției.	1p
Ecuția asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcției f este $y = -2x - 1$.	2p
b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 6} - x - 2}{x - 1} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2}{\sqrt{x^2 + 2x + 6} + x + 2} = -\frac{1}{3}$	3p

P4

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (a\sqrt{x-1} + b\sqrt{x-2} - a\sqrt{x-3} - b\sqrt{x-3})$	1p
$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2a}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-3}} + \frac{b}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3}} \right) = 0$	2p
b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 5x + 3} \cdot (e^{tg(x-1)} - 1)}{x^2 - 1} + \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 3} - 3}{x^2 - 1} \right) =$	1p
$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 5x + 3} \cdot (e^{tg(x-1)} - 1)}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 5x + 3} \cdot (e^{tg(x-1)} - 1)}{tg(x-1)} \cdot \frac{tg(x-1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1} \right) = \frac{3}{2}$	1p
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 3} - 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 6}{(x+1) \cdot (\sqrt{x^2 + 5x + 3} + 3)} = \frac{7}{12}$	1p
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 3} \cdot e^{tg(x-1)} - 3}{x^2 - 1} = \frac{25}{12}$	1p