

Barem de corectare CMAA 2023 Clasa a XII-a - Filiera tehnologică

P1

$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1 & x+y+1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = A(x+y+1), \forall x, y \in R$	2p
$A(1) \cdot A(2) = A(1+2+1), A(1) \cdot A(2) \cdot A(3) = A((1+2+1)+3+1) = A(1+2+3+2)$	3p
$A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(100) = A(1+2+\dots+100+99) = A(5149)$	2p

P2 – supliment GM 10

a) Verificarea asociativității operației	1p
Determinarea elementului neutru $e = a + 1$	1p
Verificarea comutativității operației și concluzia	1p
b) Folosind metoda inducției matematice $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{n \text{ ori}} = (x-a)^n + a, \forall n \in N^*$	1p
$n = 2022 \Rightarrow \underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2022 \text{ de ori}} = (x-a)^{2022} + a$	1p
$(x-a)^{2022} + a = x \Rightarrow (x-a) \left[(x-a)^{2021} - 1 \right] = 0$	1p
$x_1 = a, x_2 = a + 1$	1p

P3

a) $2J - 3I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\cos x - 3\sin x}{2\sin x + 3\cos x} dx$	1p
$2J - 3I = \int_3^2 \frac{dt}{t} = \ln \frac{2}{3}$	2p
b) $2I + 3J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x + 3\cos x}{2\sin x + 3\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2}$	2p
$\begin{cases} 2I + 3J = \frac{\pi}{2} \\ 2J - 3I = \ln \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{\pi}{13} - \frac{3}{13} \ln \frac{2}{3}, J = \frac{3\pi}{26} + \frac{2}{13} \ln \frac{2}{3}$	2p

P4

a) $F'(x) = e^{-x} \cdot (x+2) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (x+1) = f(x), \forall x \in R$	1p
F este o primitivă a lui f pe R .	1p
b) $K(t) = \int_0^t (x+1) \cdot e^{-x} dx = F(x) \Big _0^t = F(t) - F(0), K(t) = -e^{-t} \cdot (t+2) + 2, \forall t \in [0; 24]$	2p
$K(1) - K(0) = 2 - \frac{3}{e} \approx 2 - 1,1 = 0,89$	1p
$K(2) - K(1) = \frac{3e-4}{e^2} \approx 0,56 < 0,89$	2p