

Barem de corectare CMAA 2023 Clasa a XI-a - Științele naturii

P1

a) $A_{\Delta A'B'C'} = \frac{17}{2} \Rightarrow A_{\Delta ABC} = 4A_{\Delta A'B'C'} = 34$	2p
Fie $A'D$ mediatoarea laturii BC . $m_{A'D} = -\frac{1}{m_{BC}} = -\frac{1}{m_{B'C'}} = -\frac{2}{7} \Rightarrow A'D: 2x + 7y - 11 = 0$	1p
Mediatoarea laturii AB este $C'D: 3x + 2y - 1 = 0$. Centrul cercului circumscris este $D\left(-\frac{15}{17}; \frac{31}{17}\right)$.	1p
b) $ \det A = a_2a_3 + a_1b_1b_2 $	1p
$ \det A = 1, \forall b_1, b_2 \Leftrightarrow a_1 = 0, a_2a_3 = 1$	1p
Tripletele cerute sunt: $(0, 1, 1), (0, 1, -1), (0, -1, 1), (0, -1, -1)$.	1p

P2

a) $X^2 = 2X - 2I_2 \Rightarrow X^4 = -4I_2$	2p
n fiind impar, $X^{4n+1} + 2^{2n} \cdot X = (-4)^n X + 2^{2n} \cdot X = O_2$	2p
b) Condiția din enunț conduce la sistemul $\begin{cases} a^2 - b^2 - 4a + 13 = 0 \\ 2ab - 4b = 0 \end{cases}$.	1p
Elementele mulțimii M sunt: $\begin{pmatrix} 2+3i & 0 \\ 0 & 2+3i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2-3i & 0 \\ 0 & 2-3i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.	2p

P3

a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln\left(\frac{e^2 + 2x}{e^2 + x}\right)}{x} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{e^2 + x}\right)}{\frac{x}{e^2 + x}} \cdot \frac{1}{e^2 + x} = \frac{1}{e^2}$	2p
$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} x f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \sqrt[3]{a + bx} = \sqrt[3]{a}$	1p
$a = \frac{1}{e^6}, b \in \mathbb{R}$	1p
b) $2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \sqrt[3]{a} \Rightarrow a = 8$	2p
$-\frac{1}{3} = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - 2x] = \frac{b}{12} \Rightarrow b = -4$	1p

P4

$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\left(\sqrt{x^2 + 2x} + x \right) - 2\sqrt{x^2 + x} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 \left[\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1 \right]}{\sqrt{x^2 + 2x} + x + 2\sqrt{x^2 + x}}$	3p
$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2}{\left(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 2\sqrt{x^2 + x} \right) \left(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1 \right)}$	2p
Scoaterea factorului comun forțat la numitor și finalizare $l = -\frac{1}{4}$	2p